

Savoir-faire et thèmes classiques – Topologie [II]

Savoir-faire

- ☐ Montrer qu'une partie est un ouvert ou un fermé relatif à l'ensemble de départ comme image réciproque d'un ouvert ou d'un fermé par une application continue
- ☐ Montrer qu'une application linéaire est continue
- ☐ Déterminer la norme subordonnée d'un endomorphisme ou d'une matrice
- ☐ Utiliser le caractère fermé d'un sous-espace vectoriel de dimension finie
- ☐ Définition de Bolzano-Weierstrß des compacts, caractérisation en dimension finie
- ☐ Montrer qu'une partie est compacte comme partie fermée d'un compact, comme produit de compact, comme image (directe) continue d'un compact
- ☐ Caractériser les suites convergentes dans un compact par l'unicité de la valeur d'adhérence
- ☐ Définir les composantes connexes par arcs
- ☐ Utiliser le fait qu'une partie convexe ou étoilée est connexe par arcs
- ☐ Caractériser les intervalles de $\mathbb{R}$ comme parties convexes ou comme parties connexes par arcs de $\mathbb{R}$
- ☐ Reconnaître un connexe par arcs comme image (directe) continue d'un connexe par arcs

Thèmes Classiques

- ☐ Normes matricielles subordonnées aux normes usuelles sur $\mathbb{R}^n$
- ☐ Topologie matricielle : continuité de $\det$, Com ; $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$ est un ouvert dense dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\mathcal{O}(n)$ est compact, les matrices diagonalisables dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ sont denses dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ (non valable dans $\mathbb{R}$), connexité par arc ou non de $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$ et $\mathcal{O}(n)$, de l'ensemble des matrices diagonalisables, $\chi_{AB} = \chi_{BA}$, si des matrices réelles sont semblables dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, elles le sont dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
- ☐ (*) Propriété de Borel-Lebesgue
- ☐ Diamètre d'une partie bornée, d'un compact
- ☐ Théorème du point fixe pour une fonction contractante ou lorsque, sur un compact,

$$x \neq y \Rightarrow \|f(x) - f(y)\| < \|x - y\|$$
- ☐ Distance à un compact, à un fermé