

# Savoir-faire et thèmes classiques – Suites et séries de fonctions

## Savoir-faire

- Définir et étudier les différents modes de convergence et les comparer : simple et uniforme pour les suites de fonctions, simple, uniforme, normale pour les séries de fonctions
- Traduire l'absence de convergence uniforme ou normale
- Utiliser le TSSA pour traduire une convergence uniforme
- Montrer une convergence normale par majoration ou par étude de fonction
- Étudier la continuité, les limites, la classe  $\mathcal{C}^k$  d'une suite ou d'une série de fonctions
- Obtenir un équivalent de série de fonction par comparaison série-intégrale ou en sortant quelques termes de la somme de la série
- Intervertir limite et intégrale ou effectuer une intégration terme à terme (interversion série-intégrale) sur un segment en cas de convergence uniforme
- Utiliser des approximations uniformes (théorème de Weierstraß, fonctions en escalier), les traduire séquentiellement ou avec des  $\varepsilon$

## Thèmes Classiques

- Étude complète des fonctions  $\zeta$  de Riemann et  $\eta$  de Dirichlet
- Théorème de Weierstrass par les polynômes de Bernstein (voir aussi probabilités)
- L'orthogonal de l'ensemble des fonctions polynomiales sur un segment  $[a, b]$  pour le produit scalaire canonique sur  $\mathcal{C}([a, b])$  est réduit à la fonction nulle