7

Savoir-faire et thèmes classiques – Suites et séries de fonctions

Savoir-faire

- ☐ Définir et étudier les différents modes de convergence et les comparer : simple et uniforme pour les suites de fonctions, simple, uniforme, normale pour les séries de fonctions
- ☐ Traduire l'absence de convergence uniforme ou normale
- ☐ Utiliser le TSSA pour traduire une convergence uniforme
- ☐ Montrer une convergence normale par majoration ou par étude de fonction
- ☐ Étudier la continuité, les limites, la classe $\mathcal{C}^k$ d'une suite ou d'une série de fonctions
- ☐ Obtenir un équivalent de série de fonction par comparaison série-intégrale ou en sortant quelques termes de la somme de la série
- ☐ Intervertir limite et intégrale ou effectuer une intégration terme à terme (interversion série-intégrale) sur un segment en cas de convergence uniforme
- ☐ Utiliser des approximations uniformes (théorème de Weierstraß, fonctions en escalier), les traduire séquentiellement ou avec des ε

Thèmes Classiques

- ☐ Étude complète des fonctions ζ de Riemann et η de Dirichlet
- ☐ Théorème de Weierstrß par les polynômes de Bernstein (voir aussi probabilités)
- ☐ L'orthogonal de l'ensemble des fonctions polynomiales sur un segment $[a, b]$ pour le produit scalaire canonique sur $\mathcal{C}([a, b])$ est réduit à la fonction nulle