Savoir-faire et thèmes classiques – Structure de groupe

1 Structures algébriques

Savoir-faire

- ☐ Utiliser la définition d'un groupe, d'un groupe abélien
- ☐ Connaître les groupes classiques
- ☐ Utiliser la caractérisation d'un sous-groupe, reconnaître un groupe en tant que produit cartésien, qu'intersection, que groupe engendré par une partie, image directe ou réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupe (par exemple son noyau ou son image), ensemble des inversibles d'un anneau
- ☐ Connaître les sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$
- ☐ Montrer qu'on a un morphisme de groupe, calculer son noyau
- ☐ Traduire l'injectivité et la surjectivité d'un morphisme de groupe avec son noyau ou son image
- ☐ Définir le sous-groupe engendré par une partie, décrire ses éléments
- ☐ Définir un groupe monogène ou cyclique
- ☐ Définir l'ordre d'un élément dans un groupe, faire le lien avec le groupe engendré par cet élément, savoir qu'il divise le cardinal du groupe lorsque celui-ci est fini
- ☐ Définir le groupe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$ des entiers modulo n, déterminer ses générateurs.
- ☐ Définir le groupe symétrique d'ordre n et son cardinal
- ☐ Décomposer une permutation en produit de cycles à supports disjoints, en produit de transposition
- ☐ Déterminer l'ordre et la signature d'un p-cycle, d'une permutation, calculer leurs itérées

Thèmes Classiques

- ☐ CNS pour qu'une réunion de sous-groupes (ou sev) le soit encore
- ☐ $(*)$ Sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$
- ☐ Théorème de Lagrange
- ☐ Groupe $\mathfrak{A}_n$ alterné d'ordre n
- ☐ Conjugaison de cycle : $\sigma \circ c \circ \sigma^{-1}$
- ☐ Théorème de Cayley
- ☐ Centre d'un groupe
- ☐ $(*)$ Sous-groupes distingués