Mathématiques II

Le problème de Mathématiques II portait sur une étude des matrices carrées réelles, d'ordre n $\in \mathbb{N}$ qui ne possèdent aucune valeur propre réelle.

Le préliminaire éclairait le lien entre « semblables dans les matrices carrées réelles » ($\mathbb{R}$-semblables) et « semblables dans les matrices carrées complexes » ($\mathbb{C}$-semblables) et donnait la parité de n $\in \mathbb{N}$.

La première partie concernait essentiellement les matrices (2,2), matrices de rotation et matrices qui leur sont semblables, puis un cas particulier de matrices (4,4).

La seconde partie traitait des symétries dans $\mathbb{R}^{2P}$ et une succession de questions permettait de décomposer l'endomorphisme associé comme un produit de rotations dans des sous-espaces de dimension 2, formant somme directe. Un exemple de tel endomorphisme dans un espace de polynômes était ensuite étudié.

La troisième partie élargissait le propos pour les endomorphismes de $\mathbb{R}^{2P}$ qui admettent un polynôme annulateur, réel et à racines simples complexes, non réelles.

La moyenne a été relativement faible mais un écart-type important (en fait sensiblement égal à la moitié de la moyenne) a permis de bien sélectionner les bons candidats car il a dégagé ceux qui faisaient preuve d'un esprit scientifique rigoureux et de bonnes connaissances mathématiques de base.

Dans leur grande majorité, les candidats ont traité (ou tenté de traiter) le préliminaire qui était tout à fait abordable. Mais il est curieux de constater que certains affirment « n'importe quoi » !

La première partie a aussi été traitée majoritairement, au moins dans son début. Il était intéressant de constater la différence de compréhension manifestée par les différents candidats. Ceux qui dominaient le sujet utilisaient le préliminaire pour obtenir le fait que deux matrices étaient $\mathbb{R}$-semblables, à partir du fait, assez évident, qu'elles étaient $\mathbb{C}$-semblables. Par contre, d'autres affirmaient sans hésitation que deux matrices qui ont même déterminant sont semblables ; certains, plus généreux, ajoutaient la trace, voire le polynôme caractéristique (ce type d'erreur concerne environ la moitié des candidats et montre qu'ils n'ont rien compris à une partie importante du cours : trigonalisation… etc…, c'est fort inquiétant!).

La seconde partie appelle sensiblement les mêmes remarques. Rappelons qu'une matrice de déterminant 1 n'a aucune raison d'être orthogonale, contrairement à l'opinion d'un nombre important de candidats ; de même une matrice de déterminant -1 n'est pas nécessairement une symétrie.

Seul le début de la troisième partie a été traité. Les questions III. C. et III. D., qui n'étaient pas simples, n'ont pas été abordées ou bien les difficultés n'ont pas été comprises.

Comme tous les ans, mais peut-être encore plus cette année, nous allons donner quelques conseils-consignes qui ne semblent pas évidents pour tous, et qui relèvent du respect le plus élémentaire du lecteur-correcteur. Il faut numéroter les feuilles ou les pages, il faut écrire explicitement la question étudiée : parfois, en haut d'une page ou feuille non numérotée, on trouve une question marquée c), après enquête laborieuse, il apparaît au correcteur qui n'apprécie pas du tout ce « jeu de piste », qu'il s'agit d'un « flash-back » et que la question est la I. A. 5. c), artistiquement insérée entre le II. A. 2. b) et le II. C. 1. (question qui a souvent tenté les candidats par son côté un peu extérieur au thème général du sujet). Si les candidats pouvaient numéroter soigneusement les feuilles et les questions, cela éviterait des recherches rarement infructueuses mais toujours désagréables.

Les notations « personnelles » sont à éviter ou à expliciter : □ désigne la matrice nulle pour certains candidats, mais cette notation n'est pas universelle ; les abréviations doivent aussi être précisées ; le TVI est-il le « Train à Vitesse Intermédiaire » ou bien la « Taxe à la Valeur Interdite »? De futurs ingénieurs se doivent de donner un texte lisible. Par décence, on ne parlera pas de l'orthographe, propos qui semble hors de portée pour certains.

Ajoutons qu'il y a aussi de bons candidats, qui ont compris les enjeux, qui ont su exploiter leurs connaissances et voir les rapports entre les résultats « algébriques » de cet énoncé et la géométrie des isométries et des endomorphismes de $\mathbb{R}^{2p}$ et présenter très clairement des raisonnements bien étayés.