Savoir-faire et thèmes classiques – Dénombrement, Dénombrabilité, sommabilité

Savoir-faire

- ☐ Manipuler les cardinaux des ensembles finis
- ☐ Effectuer des dénombrements de base en étudiant les situations : ordre important ou non, avec ou sans répétitions, disjonction de cas, etc.
- ☐ Connaître les formules concernant les cœfficients binomiaux
- ☐ Calculer des sommes finies en utilisant des télescopages, des sommes géométriques (dont l'indexation peut commencer à autre chose que 0), la somme des k^j pour $j \in \{1,2,3\}$, le binôme de Newton, des sommes de terme général $\cos(ak+b)$ ou $\binom{n}{k}\cos(ak+b)$ ou en remplaçant $\cos$ par $\sin$, ch ou sh.
- ☐ Montrer une (au plus) dénombrabilité directement, par inclusion, par produit cartésien, avec une surjection depuis $\mathbb{N}$, avec une réunion au plus dénombrable
- ☐ Montrer une non dénombrabilité par argument diagonal (exemple : $]0,1[$)
- ☐ Montrer une sommabilité dans le cas réel positif par calcul dans $[0,+\infty]$, en utilisant une sommation par paquet, Fubini, somme double produit
- ☐ Ramener l'étude d'une famille sommable à celle d'une série
- ☐ Obtenir une sommabilité par comparaison
- ☐ Obtenir une sommabilité en rajoutant des modules et en travaillant dans $[0,+\infty]$
- ☐ Reconnaître et calculer un produit de Cauchy

Thèmes Classiques

- ☐ Théorème de Cantor ; $\mathscr{P}(\mathbb{N})$ n'est pas dénombrable
- ☐ Manipulation des sommes indexées par $\mathbb{Z}$
- ☐ Familles sommables faisant intervenir ζ
- ☐ $(*)$ Nombre de dérangements, nombre de surjections (voir formule d'inversion de Pascal)

4

Savoir-faire et thèmes classiques – Structures algébriques et arithmétique

1 Structures algébriques

Savoir-faire

- ☐ Utiliser la définition d'un groupe, d'un groupe abélien
- ☐ Connaître les groupes classiques
- ☐ Utiliser la caractérisation d'un sous-groupe, reconnaître un groupe en tant que produit cartésien, qu'intersection, que groupe engendré par une partie, image directe ou réciproque d'un sous-groupe par un morphisme de groupe (par exemple son noyau ou son image), ensemble des inversibles d'un anneau
- ☐ Connaître les sous-groupes de $(\mathbb{Z}, +)$
- ☐ Montrer qu'on a un morphisme de groupe, calculer son noyau
- ☐ Traduire l'injectivité et la surjectivité d'un morphisme de groupe avec son noyau ou son image
- ☐ Définir le sous-groupe engendré par une partie, décrire ses éléments

Thèmes Classiques

- ☐ CNS pour qu'une réunion de sous-groupes (ou sev) le soit encore
- ☐ $(*)$ Sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$
- ☐ Théorème de Lagrange
- ☐ Centre d'un groupe
- ☐ $(*)$ Sous-groupes distingués