Oral blanc : Mines-Telecom

1

Soit $p \in]0,1[$. Soit $(U_i)_{i\geqslant 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes définies sur un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{A}, \mathbb{P})$.

On suppose que pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, U_i suit la loi géométrique de paramètre p.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $T_n = \sum_{i=1}^{n} U_i$.

Indication : on pourra utiliser la fonction génératrice de T_n.

2

1. Résoudre sur $]0,+\infty[$, $t\,y' - y = -1$.
2. Soit $(x,y) \in]0,+\infty[\times\mathbb{R}$. Exprimer r et θ en fonction de x et y en coordonnées polaires.
3. En posant $x = r\cos\theta$ et $y = r\cos\theta$, montrer que résoudre

$$1 + x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + y\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) - f(x,y) = 0 \tag{E}$$

avec $g(r,\theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ revient à résoudre

$$1 + r\frac{\partial g}{\partial r}(r,\theta) - g(r,\theta) = 0$$

4. Terminer la résolution de l'équation aux dérivées partielles (E).

Oral blanc : ENSEA

1

Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ telle que $A^2 + A + 4I_n = 0$.

1. Montrer que A ne peut pas avoir de valeur propre réelle.
2. Montrer que n est pair.
3. Calculer le déterminant et la trace de A.

2

1. Montrer que la série de terme général $\frac{1}{1+n^2}$ converge.

On pose $R_n = \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{1}{1+k^2}$.

2. Montrer que $\sum R_n x^n$ converge simplement sur $]-1,1[$.
3. Déterminer le rayon de convergence de cette série entière.