

Savoir-faire et thèmes classiques – Calcul différentiel

Savoir-faire

- Étudier les limites et la continuité de fonctions de plusieurs variables, via des majorations de valeurs absolue de différences et/ou d'éventuels changements de variables (par exemple en polaire)
- Calculer des dérivées partielles à tous ordres, utiliser la règle de la chaîne ou les produits de matrices jacobiniennes pour les composées
- Utiliser le théorème de Schwarz
- Calculer la matrice hessienne en un point (critique, en général)
- Écrire des développements limités aux ordres 1 et 2 avec les hypothèses appropriées
- Résoudre les EDP fondamentales
- Effectuer un changement de variables dans une EDP pour se ramener à une EDP fondamentale
- Effectuer une recherche d'extremums libres avec les conditions nécessaires et/ou suffisantes sur l'intérieur du domaine, traiter les bords à part, utiliser le théorème des bornes atteintes si le domaine est compact
- En particulier, pour une hessienne 2×2 , discuter en fonction du signe du déterminant et de la trace du type de point critique
- Utiliser le théorème d'optimisation sous contraintes (extremums liés)
- Calculer la différentielle en un point à l'aide d'un DL_1 ou de dérivées partielles
- Calculer la dérivée selon un vecteur directement, à l'aide de la différentielle ou des dérivées partielles
- Définir et utiliser le gradient en un point en lieu et place de la différentielle lorsque l'espace de départ est euclidien

- Exprimer la différentielle d'une composée de deux applications différentiables, d'une composée d'une application multilinéaire avec des applications différentiables
- Exprimer l'intégrale d'une fonction le long d'un arc
- Utiliser la caractérisation des fonctions constantes sur un ouvert connexe par arcs
- Définir un vecteur tangent à une partie d'un evn, connaître les cas d'un sous-espace affine, d'une sphère, d'une surface décrite explicitement
- Exprimer plus généralement l'hyperplan tangent en un point n'annulant pas la différentielle d'un ensemble décrit implicitement

Thèmes Classiques

- Équation des cordes vibrantes
- Inégalité arithmético-géométrique
- Changement de variables en coordonnées polaires (expressions du gradient, du laplacien)
- Fonctions harmoniques
- Principe du maximum
- Optimisation de fonctions convexes
- Différentielle de l'inversion matricielle, du déterminant