22

Savoir-faire et thèmes classiques – Endomorphismes des espaces euclidiens

Savoir-faire

- [ ] Écrire une formule de changement de base orthonormales
- [ ] Énoncer le théorème de représentation (des formes linéaires) de Riesz
- [ ] Définir et utiliser l'adjoint d'un endomorphisme, connaître les éléments communs à un endomorphisme et son adjoint
- [ ] Définir une matrice orthogonale et une isométrie vectorielle, une matrice orthogonale positive et une rotation, les caractériser
- [ ] Connaître la structure de $\mathscr{O}(n)$ et $\mathscr{SO}(n)$
- [ ] Savoir que si un sous-espace est stable par un endomorphisme, son orthogonal est stable par l'adjoint et si un sous-espace est stable par une isométrie, son orthogonal l'est aussi
- [ ] Décrire précisément les éléments de $\mathscr{O}(n)$ et $\mathscr{O}(E)$ lorsque $\dim E = 2$, étudier une isométrie donnée par sa matrice en base orthonormale directe
- [ ] Réduire de manière générale les isométries, connaître le cas particulier des rotation en dimension 3
- [ ] Définir un endomorphisme autoadjoint, autoadjoint positif, autoadjoint défini-positif, caractériser les deux derniers à l'aide du spectre, et traduire tout cela matriciellement
- [ ] Énoncer le théorème spectral sous plusieurs formes

Thèmes Classiques

- [ ] Déterminant de Gram
- [ ] Décomposition QR, application à l'inégalité de Hadamard
- [ ] CNS pour qu'un projecteur soit un projecteur orthogonal : sa symétrie (résultat du programme) ou le fait que sa norme subordonnée soit $\leqslant 1$
- [ ] CNS pour qu'une symétrie soit une symétrie orthogonale
- [ ] $(*)$ Projection sur un convexe fermé
- [ ] Racine carrées de matrices symétriques positives
- [ ] Décomposition polaire de matrices carrées
- [ ] $(*)$ Formules variationnelles, norme subordonnée de l'adjoint, rayon spectral
- [ ] Réduction des endomorphismes antisymétriques