16

Savoir-faire et thèmes classiques – Probabilités

Savoir-faire

- ☐ Connaître la définition et les propriétés d'une tribu
- ☐ Connaître la définition et les probabilités d'une probabilité
- ☐ Connaître la définition d'une distribution de probabilité et l'unique probabilité qui lui est associée
- ☐ Énoncer et utiliser les propriétés de continuité croissante et décroissante (y compris sous la forme limite de probabilité de réunion ou intersections d'événements)
- ☐ Définir un événement négligeable, un événement presque sûr, un système complet d'événements
- ☐ Définir une probabilité conditionnelle, savoir qu'on définit ainsi une nouvelle probabilité
- ☐ Appliquer les formules des probabilités composées, probabilités totales, de Bayes en connaissant leurs hypothèses et les situations dans lesquelles elles interviennent
- ☐ Définir l'indépendance de deux événements, puis d'une famille d'événements, savoir que passer au complémentaire certains événements préserve l'indépendance
- ☐ Définir la notion de variable aléatoire discrète, de fonction d'une VAD, de SCE associé à une VAD, la loi d'une VAD
- ☐ Déterminer la loi d'une fonction de VAD en fonction de la ou de leur·s loi·s
- ☐ Définir les lois conjointe, marginales, conditionnelles d'une famille de VAD, leur indépendance
- ☐ Utiliser le lemme des coalitions
- ☐ Définir ce qu'est une variable aléatoire d'espérance finie (notation L^1), ce que vaut l'espérance et les formules alternatives pour les VAD entières ou finies
- ☐ Utiliser le théorème de transfert et toutes les propriétés de calculs de l'espérance (type propriété de somme/intégrale)
- ☐ Calculer l'espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes
- ☐ Définir l'espace L^2, la variance, l'écart-type et la covariance
- ☐ Utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour les espérances et pour covariance et variance
- ☐ Connaître les propriétés de variance et covariance, notamment formule de Kœnig-Huygens, image par une application affine pour variance et écart-type, la covariance est « presque » un produit scalaire, variance d'une somme
- ☐ Définir la fonction génératrice d'une variable aléatoire entière, son domaine minimal de définition, de continuité, de classe $\mathscr{C}^\infty$
- ☐ Retrouver la loi, l'espérance, la variance à partir de la fonction génératrice
- ☐ Utiliser la caractérisation de la loi par la fonction génératrice pour montrer que des variables aléatoires sont identiquement distribuées (ont même loi)
- ☐ Calculer la fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires entières indépendantes
- ☐ Loi usuelles : loi, espérance, variance, fonction génératrice pour des lois de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson
- ☐ Représenter un succès par une variable de Bernoulli, un nombre de succès par une somme de telles variables
- ☐ Savoir pourquoi la loi de Poisson est surnommée loi des événements rares
- ☐ Énoncer les inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev, la loi faible des grands nombres

Thèmes Classiques

- ☐ Formule du crible, formule de Poincaré
- ☐ Indicatrice d'Euler
- ☐ Loi ζ
- ☐ Problème des anniversaires
- ☐ Marches aléatoires, retour à l'origine
- ☐ Problème du collectionneur
- ☐ Chaînes de Markov et matrices stochastiques
- ☐ Loi d'une somme de variables aléatoires de Poisson
- ☐ Loi de Pascal (loi du n^{e} pile)
- ☐ Démonstration du théorème de Weierstraß par des arguments probabilistes
- ☐ $(*)$ Urnes de Pólya
- ☐ $(*)$ Formule de Wald
- ☐ $(*)$ Espérance conditionnelle, formule de l'espérance totale
- ☐ $(*)$ Inégalité de Chernov
- ☐ $(*)$ Fonction de répartition