

# Savoir-faire et thèmes classiques – Séries entières

## Savoir-faire

- Déterminer un rayon de convergence en utilisant la définition du programme, en utilisant de la convergence absolue, de la divergence grossière, de la semi-convergence, le caractère borné ou non, le fait que le terme général tende vers 0 ou non, la somme, le produit de Cauchy, le critère de d'Alembert, une multiplication par  $n^\alpha$ , une dérivation, une primitivation
- Étudier une série entière lacunaire
- Traduire la continuité, dériver et primitiver des séries entières, calculer des limite (par exemple via le théorème d'Abel radial ou ses extensions)
- Calculer des sommes de séries entières par combinaison linéaire, produit de Cauchy, dérivées et primitives de séries entières connues
- Exprimer les coefficients en fonction des dérivées successives de la somme en 0
- Utiliser l'unicité des coefficients d'un DSE
- Chercher les solutions DSE d'une équation différentielle
- Étudier une suite récurrente en utilisant une série génératrice vue comme une série entière
- Calculs d'intégrales en développant en séries entières l'intégrande et en intégrant terme à terme

## Thèmes Classiques

- (\*) Démonstration du théorème d'Abel radial par transformation d'Abel
- Calcul de la somme de la série harmonique alternée