9

Savoir-faire et thèmes classiques – Réduction [I] – MPI

Savoir-faire

- ☐ Définir un sous-espace stable par un endomorphisme, le caractériser par des bases, l'interpréter sur une matrice par blocs dans une base adaptée, savoir que les droites stables sont les droites engendrées par les vecteurs propres
- ☐ Savoir que l'image, le noyau, les sous-espaces propres d'un endomorphisme sont stables par un endomorphisme avec lequel il commute
- ☐ Définir les éléments propres d'un endomorphisme et d'une matrice, savoir que des sous-espaces propres sont toujours en somme directe
- ☐ Calculer un polynôme caractéristique, en connaître quelques cœfficients, interpréter le déterminant et la trace lorsqu'il est scindé
- ☐ Utiliser le théorème de Cayley-Hamilton
- ☐ Connaître parfaitement les (nombreuses) caractérisations et conditions nécessaires de la diagonalisabilité
- ☐ Connaître les particularités lorsque la matrice est réelle et qu'on la réduit dans $\mathbb{C}$
- ☐ Diagonaliser effectivement une matrice, déterminer une base de sous-espace propre par lecture matricielle ou par résolution de système linéaire
- ☐ Appliquer une diagonalisation à la recherche du terme général de système de suites récurrentes d'ordre 1 ou à une vectorialisation de suite récurrente d'ordre supérieur, à déterminer le commutant d'une matrice, à extraire les racines carrées d'une matrice et, plus généralement, résoudre des équations matricielles
- ☐ Trigonaliser effectivement des petites matrices
- ☐ Définir et caractériser les endomorphismes et matrices nilpotentes

Thèmes Classiques

- ☐ Réduction des matrices compagnes
- ☐ Trigonalisation simultanées
- ☐ Réduction et déterminant de matrice circulante
- ☐ Densité de $\mathscr{GL}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$
- ☐ Réduction des matrices de rang 1
- ☐ Théorème de Gerschgorin de localisation des valeurs propres
- ☐ Réduction par blocs
- ☐ Représentation matricielle d'un endomorphisme nilpotent dans une base adaptée, détermination de commutant et des sous-espaces stables lorsque l'indice de nilpotence est la dimension de l'espace