

# Savoir-faire et thèmes classiques – Groupes symétriques, déterminants – MP2I

## Groupe symétrique

### Savoir-faire

- Définir le groupe symétrique d'ordre  $n$  et son cardinal
- Décomposer une permutation en produit de cycles à supports disjoints, en produit de transposition
- Déterminer l'ordre et la signature d'un  $p$ -cycle, d'une permutation, calculer leurs itérées

### Thèmes Classiques

- Groupe  $\mathfrak{A}_n$  alterné d'ordre  $n$
- Conjugaison de cycle :  $\sigma \circ c \circ \sigma^{-1}$
- Théorème de Cayley

## Déterminant

### Savoir-faire

- Connaître le théorème fondamental de construction du déterminant (dimension 1 de l'espace des formes  $n$ -linéaires alternée en dimension  $n$ )
- Connaître la formule sommatoire de définition du déterminant
- Connaître les propriétés calculatoires du déterminant (attention à  $\det(\lambda A) \dots$ ), l'effet des opérations élémentaires
- Savoir développer un déterminant par rapport à une ligne ou une colonne
- Calculer un déterminant à l'aide d'une relation de récurrence
- Utiliser le caractère  $n$ -linéaire alterné d'un déterminant par rapport à ses colonnes (ou ses lignes)
- Définir la comatrice, connaître la formule de la comatrice et son application pour exprimer l'inverse
- Calculer un déterminant triangulaire par blocs
- Connaître l'expression d'un déterminant de Vandermonde, savoir quand est-ce qu'il est non nul, maîtriser la preuve avec les polynômes
- Savoir ce que signifie orienter un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel

### Thèmes Classiques

- Formules de Cramer
- Déterminant de Hurwitz
- (\*) Rang de la comatrice
- CNS pour qu'une matrice à coefficients dans  $\mathbb{Z}$  soit inversible d'inverse dans à coefficients dans  $\mathbb{Z}$
- Matrices de permutations