

Savoir-faire et thèmes classiques – Groupes symétriques, déterminants – MP2I

Groupe symétrique

Savoir-faire

- Définir le groupe symétrique d'ordre n et son cardinal
- Décomposer une permutation en produit de cycles à supports disjoints, en produit de transposition
- Déterminer l'ordre et la signature d'un p -cycle, d'une permutation, calculer leurs itérées

Thèmes Classiques

- Groupe \mathfrak{A}_n alterné d'ordre n
- Conjugaison de cycle : $\sigma \circ c \circ \sigma^{-1}$
- Théorème de Cayley

Déterminant

Savoir-faire

- Connaître le théorème fondamental de construction du déterminant (dimension 1 de l'espace des formes n -linéaires alternée en dimension n)
- Connaître la formule sommatoire de définition du déterminant
- Connaître les propriétés calculatoires du déterminant (attention à $\det(\lambda A) \dots$), l'effet des opérations élémentaires
- Savoir développer un déterminant par rapport à une ligne ou une colonne
- Calculer un déterminant à l'aide d'une relation de récurrence
- Utiliser le caractère n -linéaire alterné d'un déterminant par rapport à ses colonnes (ou ses lignes)
- Définir la comatrice, connaître la formule de la comatrice et son application pour exprimer l'inverse
- Calculer un déterminant triangulaire par blocs
- Connaître l'expression d'un déterminant de Vandermonde, savoir quand est-ce qu'il est non nul, maîtriser la preuve avec les polynômes
- Savoir ce que signifie orienter un \mathbb{R} -espace vectoriel

Thèmes Classiques

- Formules de Cramer
- Déterminant de Hurwitz
- (*) Rang de la comatrice
- CNS pour qu'une matrice à coefficients dans \mathbb{Z} soit inversible d'inverse dans à coefficients dans \mathbb{Z}
- Matrices de permutations