

Savoir-faire et thèmes classiques – Dénombrement, Dénombrabilité, sommabilité

Savoir-faire

- Manipuler les cardinaux des ensembles finis
- Effectuer des dénombrements de base en étudiant les situations : ordre important ou non, avec ou sans répétitions, disjonction de cas, etc.
- Connaître les formules concernant les coefficients binomiaux
- Calculer des sommes finies en utilisant des télescopages, des sommes géométriques (dont l'indexation peut commencer à autre chose que 0), la somme des k^j pour $j \in \{1, 2, 3\}$, le binôme de Newton, des sommes de terme général $\cos(ak+b)$ ou $\binom{n}{k} \cos(ak+b)$ ou en remplaçant \cos par \sin , ch ou sh .
- Montrer une (au plus) dénombrabilité directement, par inclusion, par produit cartésien, avec une surjection depuis \mathbb{N} , avec une réunion au plus dénombrable
- Montrer une non dénombrabilité par argument diagonal (exemple : $]0, 1[$)
- Montrer une sommabilité dans le cas réel positif par calcul dans $[0, +\infty[$, en utilisant une sommation par paquet, Fubini, somme double produit
- Ramener l'étude d'une famille sommable à celle d'une série
- Obtenir une sommabilité par comparaison
- Obtenir une sommabilité en rajoutant des modules et en travaillant dans $[0, +\infty[$
- Reconnaître et calculer un produit de Cauchy

Thèmes Classiques

- Théorème de Cantor ; $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ n'est pas dénombrable
- Manipulation des sommes indexées par \mathbb{Z}
- Familles sommables faisant intervenir ζ
- (*) Nombre de dérangements, nombre de surjections (voir formule d'inversion de Pascal)